TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI

TRƯỜNG THPT CHUYÊN - ĐHSP

ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN VIII NĂM 2014

Môn thi : **TOÁN**

Thời gian làm bài : 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. *(2,0 điểm)*

Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m+1)x + 2$

1. Tìm các giá trị của *m* để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (*C*) của hàm số ứng với giá trị tìm được của *m*.
2. Biện luận theo k số nghiệm của phương trình

$$x^2 - 2x - 2 = \frac{k}{|x-1|}$$

Câu 2. *(1,0 điểm)* Giải phương trình

$$\sin(\pi - x) + \cot\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \frac{\frac{1}{\cos x} - \cos x}{2\sin x}$$

Câu 3. *(1,0 điểm)* Giải bất phương trình

$$\frac{\log_2(x^2-2x-7)^5 - \log_3(x^2-2x-7)^8}{3x^2-13x+4} < 0.$$

Câu 4. *(1,0 điểm)* Tính tích phân $I = \int_{-1}^{0} \frac{5-3x}{(x^2-5x+6)(x^2-2x+1)}dx.$

Câu 5. *(1,0 điểm)* Cho hình hộp đứng *ABCD.A'B'C'D'* có các cạnh $AB = AD = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *A'D'* và *A'B'*. Chứng minh rằng *AC'* vuông góc với mặt phẳng (*BDMN*) và tính thể tích khối chóp *A.BDMN*.

Câu 6. *(1,0 điểm)* Cho x, y là các số thực thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{x^2 + y^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1} + |y - 2|.$$

Câu 7. *(1,0 điểm)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, đường thẳng *AB* và đường thẳng chứa trung tuyến *AM* của tam giác lần lượt có phương trình

$$4x + 3y + 1 = 0 \quad \text{và} \quad 7x - y + 8 = 0.$$

Điểm *E*(10; 3) thuộc đường thẳng *BC*. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác *ABC*.

Câu 8. *(1,0 điểm)* Trong không gian *Oxyz*, cho mặt cầu (*S*) : $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 2z - 14 = 0.$

Viết phương trình mặt phẳng (*P*) chứa đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$ (với t là tham số) và cắt mặt cầu (*S*) theo một đường tròn có bán kính $r = 3$.

Câu 9. *(1,0 điểm)* Giải phương trình sau trong tập hợp số phức :

$$z^3 - 6z - 9 = 0.$$

.... **Hết** ....

www.VNMATH.com

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

THI THỬ ĐH LẦN VIII - NĂM 2014

Câu	ĐÁP ÁN	

1. *(1,0 điểm) Tìm các giá trị của m. …*

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m - 1$.

- Điều kiện cần : Giả sử hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, khi đó $y'(2) = 0 \Leftrightarrow m = 1$.
- Điều kiện đủ : Nếu $m = 1$ thì $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y		↗	cđ	↘	ct	↗	

0.25

Từ bảng biến thiên suy ra $x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = 1$.

Với $m = 1$ thì hàm số trở thành $y = x^3 - 3x^2 + 2$. (Học sinh tự vẽ đồ thị)

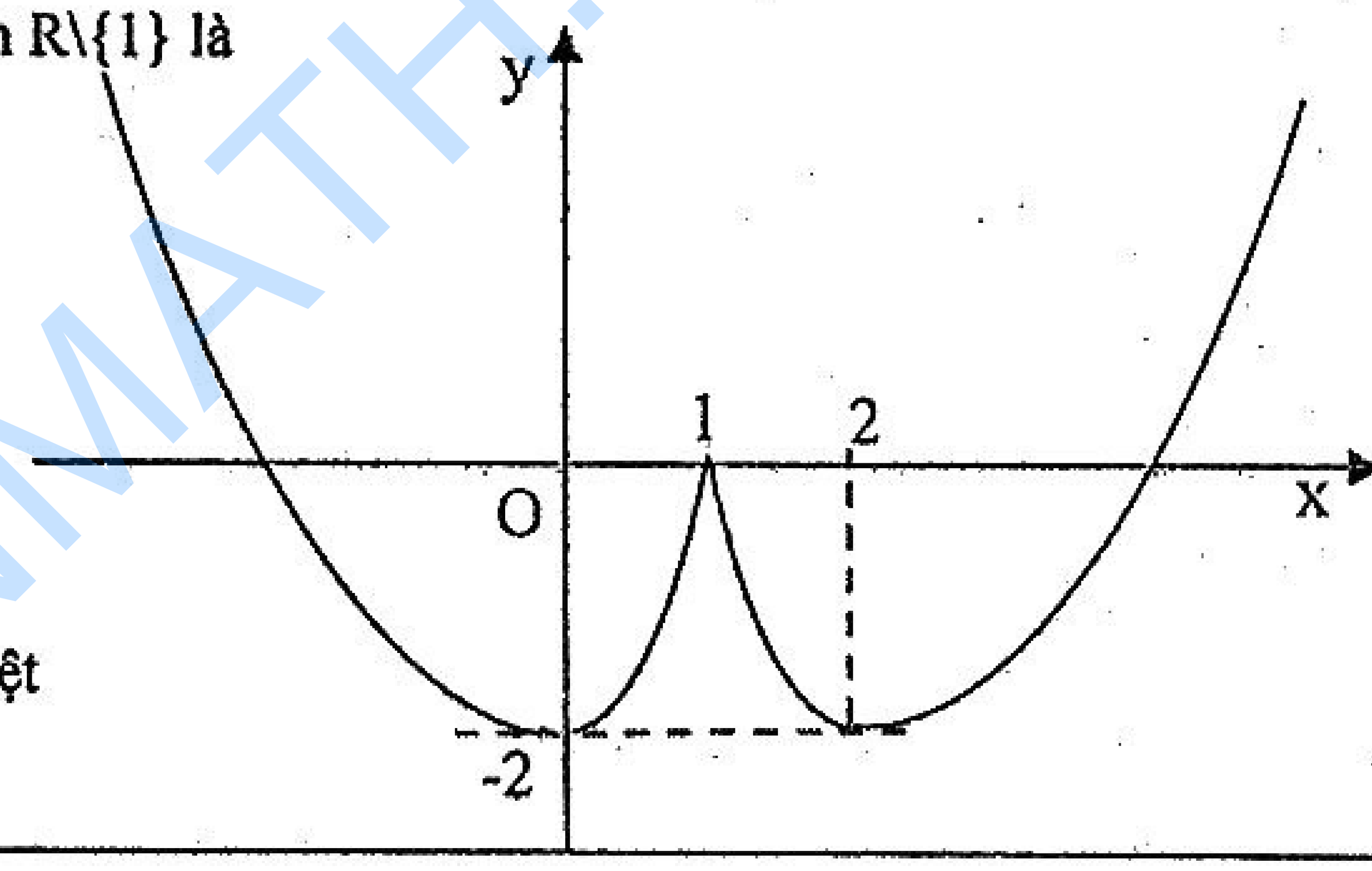
0.25

Đặt $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x^2 - 2x - 2)$.

Xét phương trình $x^2 - 2x - 2 = \dfrac{k}{|x-1|} \Leftrightarrow |x-1|(x^2-2x-2) = k$, với $x \neq 1$ (*).

Ta có $|x-1|(x^2-2x-2) = \begin{cases}(x^2-2x-2)(x-1) = f(x) & \text{nếu } x > 1\\ -(x^2-2x-2)(x-1) = -f(x) & \text{nếu } x < 1\end{cases}$

Suy ra đồ thị của hàm số $y = |x-1|(x^2-2x-2)$ trên miền $R\backslash\{1\}$ là



Số nghiệm của pt(*) bằng số giao điểm (với $x \neq 1$) của đường thẳng $y = k$ với đồ thị của hàm số $y = |x-1|(x^2-2x-2)$.

Từ đồ thị trên ta suy ra :

- Nếu $k < -2$ thì pt(*) vô nghiệm
- Nếu $k = -2$ hoặc $k \geq 0$ thì pt(*) có 2 nghiệm phân biệt
- Nếu $-2 < k < 0$ thì pt(*) có 4 nghiệm phân biệt.

0,50

II *(1 điểm)*

1. *(1,0 điểm) . Giải phương trình …*

Điều kiện $\sin 2x \neq 0$

Pt $\Leftrightarrow \sin x + \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{1-\cos^2 x}{2\sin x.\cos x} \Leftrightarrow \sin x + \dfrac{\sin x}{\cos x} = \dfrac{\sin^2 x}{2\sin x.\cos x} \Leftrightarrow \sin x\left(1 + \dfrac{1}{2\cos x}\right) = 0.$

0,50

Do $\sin 2x \neq 0$, nên có $1 + \dfrac{1}{2\cos x} = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

0,50

III *(1 điểm)*

1. *(1,0 điểm) . Giải bất phương trình ………………*

Điều kiện $\begin{cases}x^2 - 2x - 7 > 0\\ 3x^2 - 13x + 4 \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x > 1 + 2\sqrt{2}, x \neq 4\\ x < 1 - 2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Pt $\Leftrightarrow \dfrac{5\log_2(x^2-2x-7) - 8\log_3 2.\log_2(x^2-2x-7)}{3x^2-13x+4} < 0 \Leftrightarrow (5 - 8\log_3 2)\dfrac{\log_2(x^2-2x-7)}{3x^2-13x+4} < 0$

Do $5 - 8\log_3 2 = \log_3 3^5 - \log_3 2^8 = \log_3 243 - \log_3 256 < 0$ nên $\dfrac{\log_2(x^2-2x-7)}{3x^2-13x+4} > 0 \Leftrightarrow$

0,50

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x^2 - 13x + 4 > 0\\ \log_2(x^2-2x-7) > 0\end{cases}\\ \begin{cases}3x^2 - 13x + 4 < 0\\ \log_2(x^2-2x-7) < 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x^2 - 13x + 4 > 0\\ x^2 - 2x - 7 > 1\end{cases}\\ \begin{cases}3x^2 - 13x + 4 < 0\\ x^2 - 2x - 7 < 1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x > \frac{1}{3}, x \neq 4\\ x < -2\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện suy ra nghiệm của bất phương trình là $\left[\begin{array}{l}x > 1 + 2\sqrt{2}, x \neq 4\\ x < -2.\end{array}\right.$

0,50

www.VNMATH.com

Gv,Ths Nguyễn Văn Quý - 0915666577
Dạy chuyên toán 6-12 tại Hà nội; FB: quydhsp
Email: vanquygvt@gmail.com

IV (1 điểm)

(1,0 điểm). Tính tích phân ………

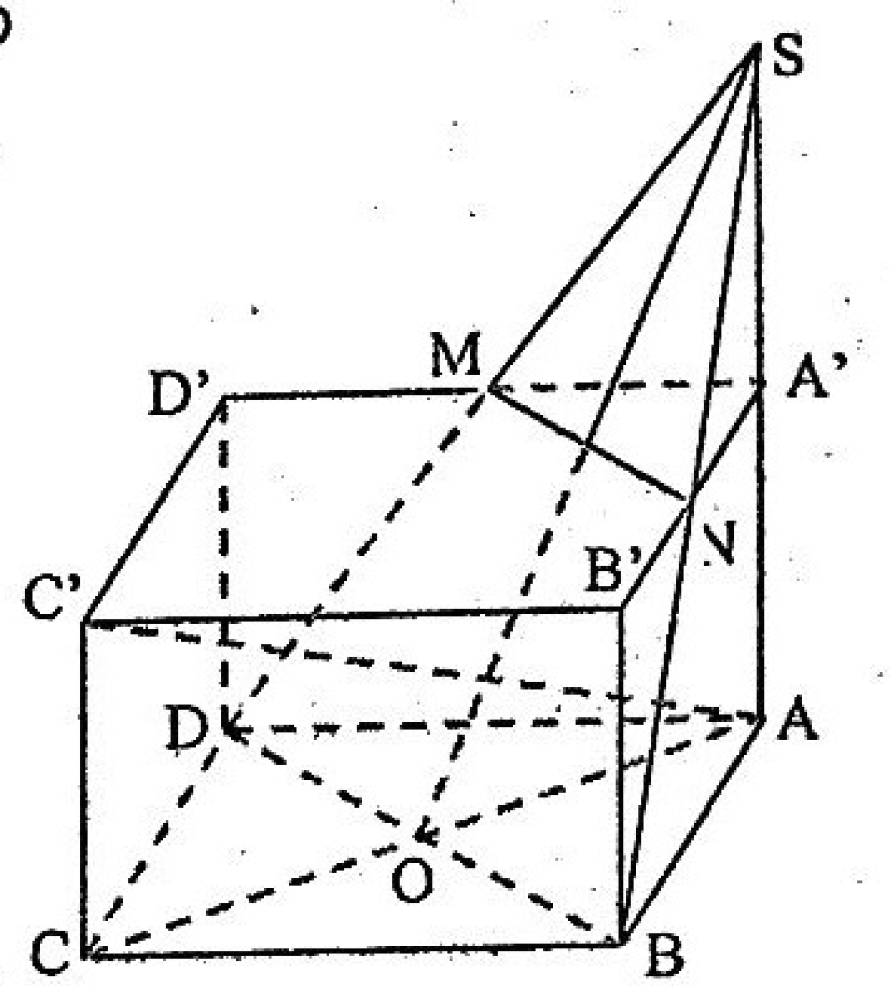
Ta có $I=\int_{-1}^{0}\frac{(x^2-5x+6)-(x^2-2x+1)}{(x^2-5x+6)(x^2-2x+1)}dx=\int_{-1}^{0}\frac{dx}{x^2-2x+1}-\int_{-1}^{0}\frac{dx}{x^2-5x+6}=\int_{-1}^{0}\frac{dx}{(x-1)^2}-\int_{-1}^{0}\frac{dx}{(x-2)(x-3)}$ — **0,50**

$I=\int_{-1}^{0}(x-1)^{-2}dx-\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-2}\right)dt=\frac{-1}{x-1}\Big|_{-1}^{0}-\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|\Big|_{-1}^{0}=\frac{1}{2}-\ln\frac{9}{8}$. — **0,50**

V (1 điểm)

(1,0 điểm). Tính bán kính mặt cầu ……….

Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, S là điểm đối xứng của A qua A'. Khi đó S, M, D thẳng hàng ; S, N, B thẳng hàng và M, N lần lượt là trung điểm của SD và SB.



Từ giả thiết suy ra ΔABD đều , $AO=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}=AS$ và $CC'=AO$.

Ta có $\widehat{OAS}=\widehat{C'CA}=90^\circ$. Suy ra $\Delta AOS=\Delta CC'A$ (c.g.c) $\Rightarrow AC'\perp SO$ (1).

Vì $BD\perp AC$, $BD\perp AA'$ suy ra $BD\perp(ACC'A')\Rightarrow BD\perp AC'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC'\perp(BDMN)$. — **0,50**

Ta có $\frac{S_{SMN}}{S_{SBD}}=\left(\frac{MN}{BD}\right)^2=\frac{1}{4}\Rightarrow S_{BDMN}=\frac{3}{4}S_{BDS}\Rightarrow V_{A.BDMN}=\frac{3}{4}V_{S.ABD}$.

Ta có $V_{S.ABD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}AO.BD=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a=\frac{a^3}{4}$

Vậy $V_{A.BDMN}=\frac{3a^3}{16}$. — **0,50**

VI (1 điểm)

1. *(1,0 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất ……………*

Xét các điểm $M(x-1;-y)$, $N(x+1;y)$.

Ta có $OM+ON\geq MN\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}\geq\sqrt{4+4y^2}=2\sqrt{1+y^2}$

Do đó $f(y)=2\sqrt{1+y^2}+|y-2|\leq P$. — **0,25**

• Với $y\leq 2\Rightarrow f(y)=2\sqrt{1+y^2}+(2-y)\Rightarrow f'(y)=\frac{2y}{\sqrt{1+y^2}}-1$

Khi đó $f'(y)=0\Leftrightarrow 2y=\sqrt{1+y^2}\Leftrightarrow\begin{cases}y\geq 0\\4y^2=y^2+1\end{cases}\Leftrightarrow y=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ta có bảng biến thiên

y	$-\infty$		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		2
f'(y)		−	0	+	
f(y)	↘		$2+\sqrt{3}$	↗	

— **0,50**

• Với $y\geq 2\Rightarrow f(y)=2\sqrt{1+y^2}+|y-2|\geq 2\sqrt{1+y^2}\geq 2\sqrt{5}>2+\sqrt{3}$.

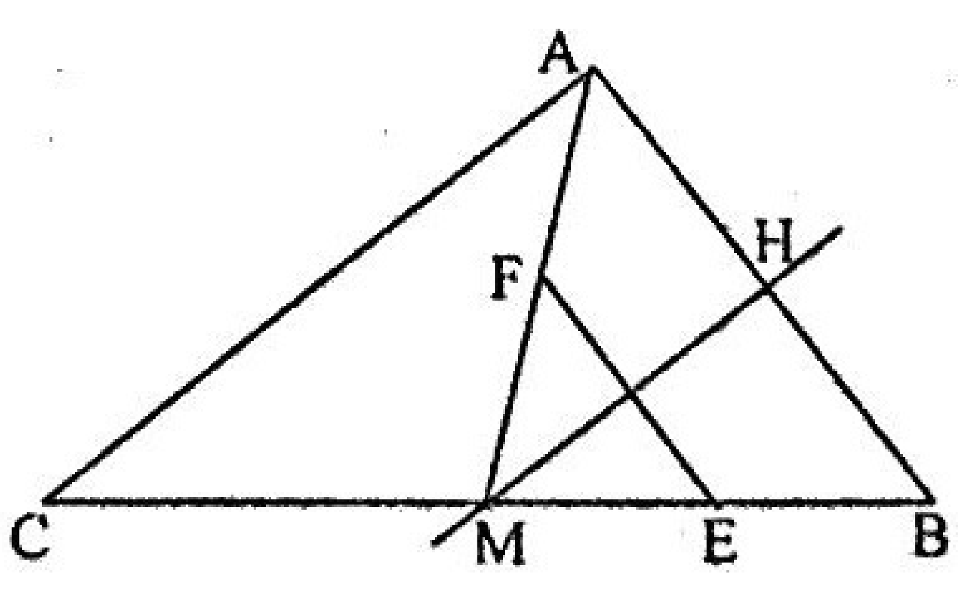
Vậy $P\geq 2+\sqrt{3}$ với mọi x, y. Khi $x=0$ và $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$ thì $P=2+\sqrt{3}$.

Do đó P nhỏ nhất bằng $2+\sqrt{3}$, khi $x=0$ và $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$. — **0,25**

VII (1 điểm)

(1,0 điểm). Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC………………

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x+3y+1=0\\7x-y+8=0\end{cases}\Rightarrow A(-1;1)$.



Gọi F là điểm thuộc AM sao cho $EF//AB$. Suy ra EF có phương trình $4x+3y-49=0$. Vì F thuộc AM nên tọa độ của điểm F là nghiệm của hệ $\begin{cases}4x+3y-49=0\\7x-y+8=0\end{cases}\Rightarrow F(1;15)$.

Đường trung trực d của EF có phương trình $6x-8y+39=0$.

Do ΔMAB cân tại M, nên ΔMEF cân tại M. Suy ra d đi qua trung điểm H của AB và trung điểm M của BC. — **0,50**

Gv,Ths Nguyễn Văn Quý - 0915666577
Dạy chuyên toán 6-12 tại Hà nội; FB: quydhsp
Email: vanquygvt@gmail.com

www.VNMATH.com

VII *(1 điểm)*	Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ $\begin{cases} 6x-8y+39=0 \\ 7x-y+8=0 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-1}{2};\frac{9}{2}\right)$. Ta có $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BM}$, suy ra $C(3;4)$. Tọa độ điểm H thỏa mãn hệ $\begin{cases} 4x+3y+1=0 \\ 6x-8y+39=0 \end{cases} \Rightarrow H(-\frac{5}{2};3)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AH}$, suy ra $B(-4;5)$. Vậy $A(-1;1)$, $B(-4;5)$, $C(3;4)$.	*0,50*
VIII *(1 điểm)*	*(1,0 điểm). Viết phương trình mặt phẳng …………………*	
	Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;1;1)$ và bán kính $R=5$. Vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=(0;1;-1)$ Vì $M(1;0;0)\in\Delta$ và (P) chứa Δ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $a(x-1)+by+cz=0$, $a^2+b^2+c^2\neq 0$ Gọi vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_P}$ (a; b; c), khi đó $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Leftrightarrow b=c$. Suy ra (P): $a(x-1)+by+bz=0$.	*0,50*
	Do bán kính của đường tròn giao giữa (S) và (P) bằng 3, suy ra khoảng cách từ I đến (P) bằng 4. Vậy ta có $\frac{\lvert -4a+2b\rvert}{\sqrt{a^2+2b^2}}=4 \Leftrightarrow 4(a^2+2b^2)=(2a-b)^2 \Leftrightarrow 7b^2=-4ab \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ 7b=-4a \end{array}\right.$ Từ đó suy ra có hai mặt phẳng (P) thỏa mãn : $x-1=0$ và $7x-4y-4z-7=0$.	*0,50*
IX *(1 điểm)*	*(1,0 điểm). Giải phương trình trong tập hợp số phức …………………*	
	Pt $\Leftrightarrow z^3-9z+3z-9=0 \Leftrightarrow (z-3)(z^2+3z+3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3 \\ z^2+3z+3=0 \end{array}\right.$	*0,50*
	Vậy phương trình có các nghiệm $z=3$; $z=-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$; $z=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$.	*0,50*

www.VNMATH.com